

11.10.2020

Тема доклада:

Разработка и внедрение электронного учебного пособия к учебному курсу «Дискретная математика» по разделу «Введение в теорию графов» с реализацией демонстрационных моделей

Докладчики:

Кузьмин Олег Викторович,

доктор физико-математических наук, профессор ИГУ

e-mail: guzminov@mail.ru

Лавлинский Максим Викторович,

учитель MAOU Лицей ИГУ г. Иркутска,

аспирант ИМИТ ИГУ,

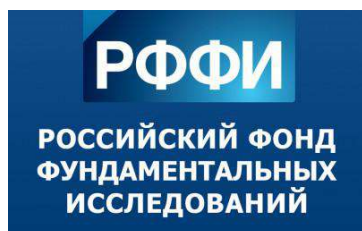
e-mail: LavlinskiMV@mail.ru

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Иркутской области в рамках научного проекта № 20-41-385001.

Лавлинская Анастасия Александровна,

студент магистратуры ИМИТ ИГУ,

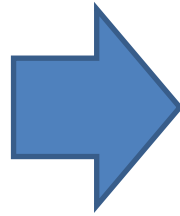
e-mail: a_tashkenova@mail.ru



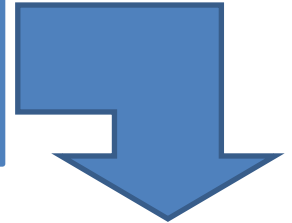
АКТУАЛЬНОСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

1.

Стремительность
современного
мира



Быстрые и дешёвые
способы генерации и
передачи знаний



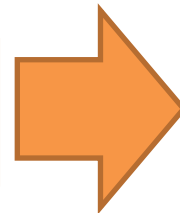
Электронные средства
обучения



Электронное
обучение (E-learning)

2.

Развитие информационных
технологий



Дискретная
математика



Теория
графов



Отбор
содержания

ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ


Разработка и внедрение электронного учебного пособия к учебному курсу «Дискретная математика» по разделу «Введение в теорию графов» с реализацией демонстрационных моделей.

ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

- Отобрать доступное учащимся содержание учебного курса «Дискретная математика» по разделу «Введение в теорию графов», а также методы и формы его проведения.
- Разработать электронное учебное пособие к учебному курсу «Дискретная математика» по разделу «Введение в теорию графов» с реализацией демонстрационных моделей.
- Внедрить электронное учебное пособие к учебному курсу «Дискретная математика» по разделу «Введение в теорию графов» с реализацией демонстрационных моделей.

**ОТБОР СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА
«ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА» ПО РАЗДЕЛУ
«ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ГРАФОВ»**



 **Федеральный
Государственный
Образовательный**

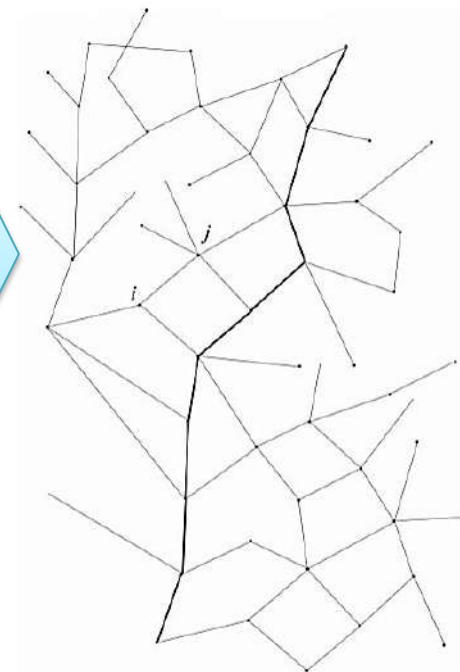
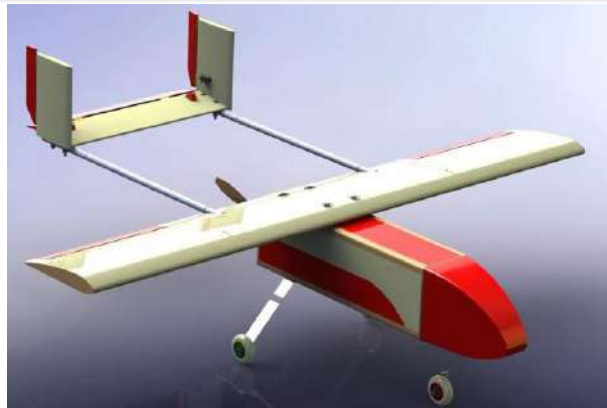
СТАНДАРТ



РФФИ

**РОССИЙСКИЙ ФОНД
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ**

*Создание модели
беспилотного летательного
аппарата для помощи
в решении проблемы пожаров
в Иркутской области*



СТРУКТУРА ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ К УЧЕБНОМУ КУРСУ «ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА» ПО РАЗДЕЛУ «ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ГРАФОВ»

Теория

1. Основные определения
2. Способы задания графа
3. Изоморфизм и связность графов
4. Деревья
5. Обходы графов
 1. Поиск в глубину (DFS)
 2. Поиск в ширину (BFS)
 3. Эйлеров путь (ЭП)
6. Кратчайшие остовы
 1. Кратчайшие остовы (определения)
 2. Алгоритм Краскала (АК)
 3. Алгоритм Прима (АП)
7. Кратчайшие пути
 1. Кратчайшие пути (определения)
 2. Алгоритм Дейкстры (АД)
 3. Алгоритм Беллмана — Форда (АБФ)
 4. Алгоритм Флойда (АФ)

Практика

1. Основные определения
2. Способы задания графа
3. Обходы графов
4. Кратчайшие пути
5. Логические задачи

Контроль

1. Кроссворд
2. Тест "Поиск путей в графе"
3. Логические задачи

Учебные модели

Обходы графов
Кратчайшие остовы
Кратчайшие пути

Справка

Дополнительные материалы
О программе

ИНСТРУМЕНТЫ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ

PowerPoint



Prezi



Mentimeter



Mentimeter



Mobile app

VR/AR

CORE



CORE

Desktop-приложение

URL-адрес сайта с обзором инструментов:

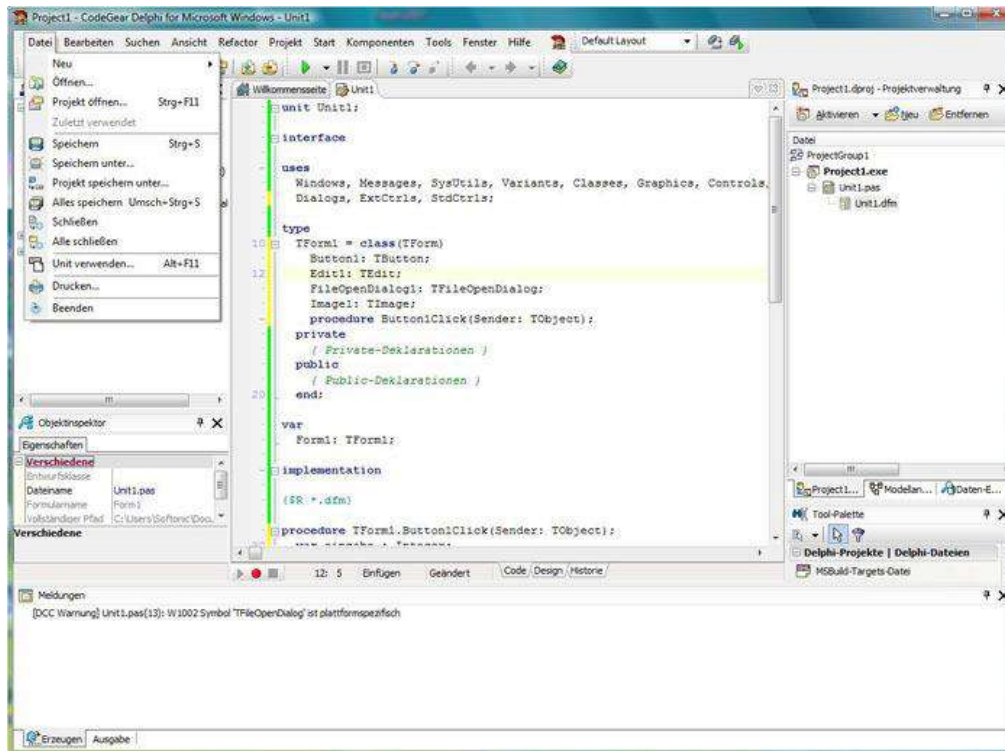
www.sites.google.com/view/resurs-ikt-lav

СРЕДА РАЗРАБОТКИ

Язык программирования: Delphi (Object Pascal)

Появился в: 1995 году

Автор: Андерс Хейлсберг




ГЛАВНАЯ ФОРМА

Введение в теорию графов

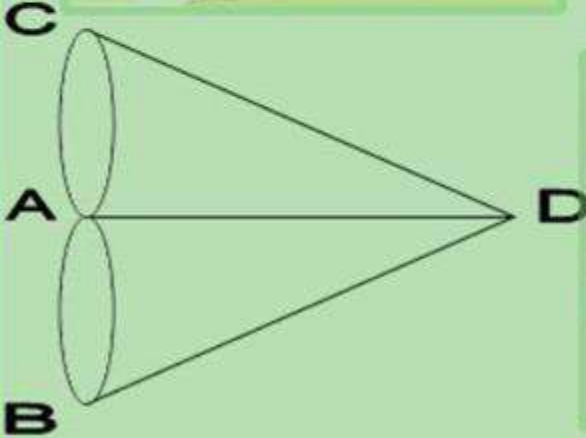

Теория Практика Контроль Учебные модели Справка

Задача о Кёнигсбергских мостах



1736 год

Л. Эйлер



Старт

"Дискретная математика"

раздел


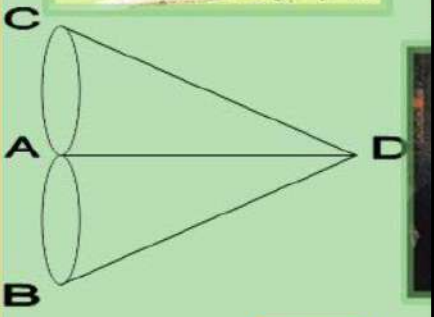
"Введение в теорию графов"

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ БЛОК

Введение в теорию графов

Теория Практика Контроль Учебные модели Справка

1. Основные определения
2. Способы задания графа
3. Изоморфизм и связность графов
4. Деревья
5. Обходы графов
6. Кратчайшие остовы
7. Кратчайшие пути


Старт

1. Основные определения

Понятие графа

Def. 1 (Математическое)
Граф G - это $G=(V, R)$, где V - множество вершин, R - множество ребер (пар вершин)

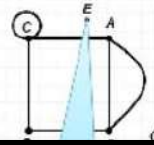
Def. 2 (Менее строгое)
Граф - это множество точек (=вершин) и множество линий (=ребер), соединяющих между собой все или часть этих точек.



Степень вершины

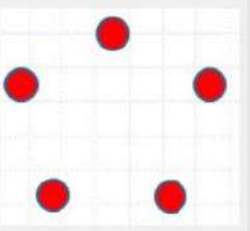
Степень вершины A - число ребер, инцидентных вершине A (выходящих из нее) Обозначение: $deg(A)$ Если вершине инцидентна петля - она дает вклад в степень, равный 2.

$deg(A) = 3$




Виды графов

Пустой (нулевой) граф
Все вершины изолированные



Неполный граф
Не построены все возможные ребра



Алгоритм Дейкстры (АД)

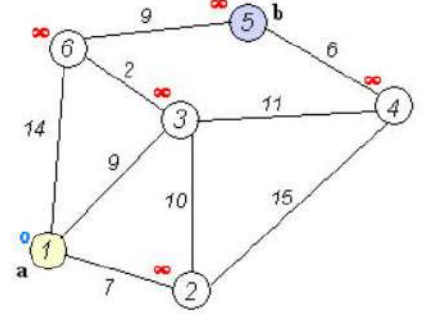
Введение

Находит кратчайшие пути от одной из вершин графа до всех остальных. Алгоритм работает только для графов без ребер отрицательного веса. Алгоритм широко применяется в программировании и технологиях, например, его используют протоколы маршрутизации OSPF и IS-IS.

Формальная постановка задачи

Пусть имеется связный ориентированный граф $G=(V,E)$, где V - множество вершин, E - множество дуг (ориентированных ребер). Каждая дуга графа (v, w) имеет неотрицательное число $C(v, w)$, соответствующее стоимости дуги (весу дуги), соединяющего вершины графа v и w . Одна вершина определена как источник. Найти стоимость кратчайших путей от источника ко всем другим вершинам графа G .

Анимированный пример



Пуск

Идея алгоритма Дейкстры

На каждом шаге алгоритма находится такая вершина графа, расстояние до которой от источника меньше, чем для других оставшихся вершин. Затем последовательно проверяется и сравнивается путь к каждой вершине графа и путь к этой же вершине через найденную вершину, за исключением тех вершин, путь к которым уже найден. Более короткий путь из сравниваемых запоминается, а найденная вершина добавляется к множеству вершин, путь к которым известен.

Словесное описание алгоритма Дейкстры

1. Пусть $V=\{1,2,3,...,n\}$ - множество вершин графа, $S=\{1\}$ - вершина источник
2. Кратчайший путь от источника 1 к каждой вершине графа i принимается как путь по дуге $(1,i)$ стоимостью $C[1,i]$, путь сохраняется как $D[i]$
3. Найти такую вершину w с минимальной стоимостью $D[w]$, что $w \notin V$
4. Вершина w переносится во множество S , состоящее из вершин особого пути
5. Для каждой вершины $v \in V \setminus S$ определить кратчайший путь между $D[v]$ - особый путь к вершине v через множество вершин S и путь через вершину w - $D[w] + C[w,v]$; кратчайший путь сохраняется в $D[v]$
6. Продолжить с п. 3, выполнить шаги 3-5 $(n-1)$ раз

Учебная модель: "Кратчайшие пути"

ПРАКТИЧЕСКИЙ БЛОК

Способы задания графа (практика)

Задача №1

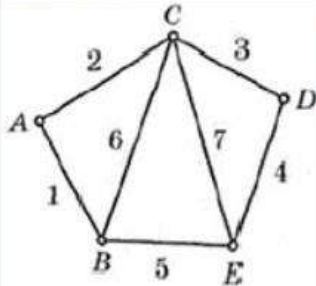


Рис. 1

Для неориентированного графа, изображённого на рисунке (Рис. 1), постройте матрицу смежности и матрицу инцидентности.

Показать решение

Матрица смежности

$$A \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 6 & 0 & 1 \\ 1 & 6 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 7 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

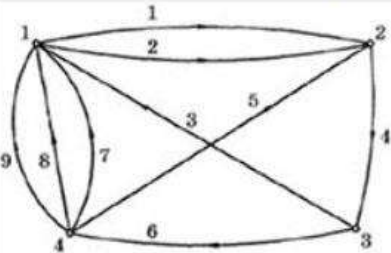
Матрица инцидентности

Задача №2

Постройте орграф, для которого данная матрица является матрицей смежности.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Показать решение



Задача
Постройте инцидентный графов

Показа

Показа

Кратчайшие пути (практика)

Задача №1

Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.) Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и F, проходящего через пункт E и не проходящего через пункт B. Передвигаться можно только по указанным дорогам.

	A	B	C	D	E	F
A		2	4	8		16
B	2			3		
C	4			3		
D	8	3	3		5	3
E				5		5
F	16			3	5	

Показать решение

Решение:

1) Путь HE проходит через пункт B ⇒

	A	C	D	E	F
A		4	8		16
C	4		3		
D	8	3		5	3
E				5	5
F	16		3	5	

- первый шаг от A: AC (4), AD (8)
- второй шаг: ACD (7), ADC (11), ADE (13)
- третий шаг: ACDE (12), ADEF (18)
- четвертый шаг: ACDEF (17)
- Ответ: 17

Задача №2

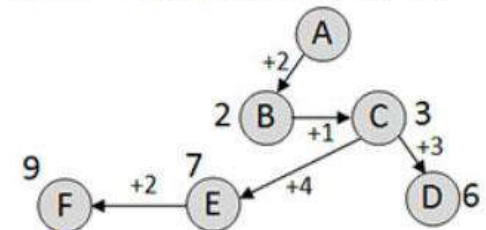
Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.) Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и F (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

	A	B	C	D	E	F
A		2	4			
B	2		1		7	
C	4	1		3	4	
D			3		3	
E		7	4	3		2
F					2	

Показать решение

Решение:

Составим граф, который показывает, куда (и как) можно ехать из пункта A, рядом с дугами будем записывать увеличение пути, а рядом с названиями пунктов – общую длину пути от пункта A:



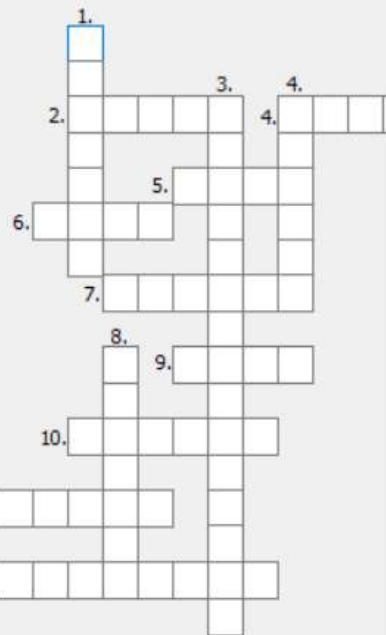
Ответ: 9

КОНТРОЛИРУЮЩИЙ БЛОК

Кроссворд "Основные понятия теории графов"

ВОПРОСЫ

По горизонтали:



Проверить

Кроссворд "Основные понятия теории графов"

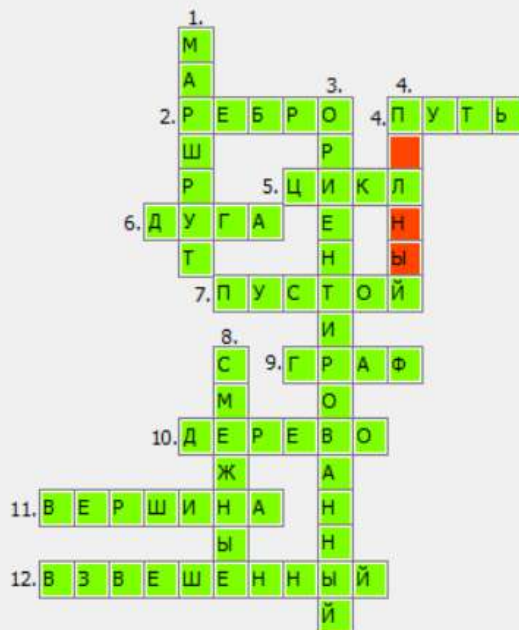
ВОПРОСЫ

По горизонтали:

2. Ненаправленная линия (без стрелки), соединяющая вершины графа.
4. Последовательность рёбер и/или дуг, такая, что конец одной дуги (ребра) является началом другой дуги (ребра)
5. Путь, в котором совпадают начальная и конечная вершины.
6. Направленная линия (со стрелкой), соединяющая вершины графа.
7. Граф без ребер.
9. Наглядное средство представления состава и структуры системы.
11. Элемент (точка) графа, обозначающий объект любой природы, входящий в множество объектов, описываемое графом.
12. Граф, ребрам (или дугам) или вершинам которого поставлены в соответствие числовые величины.

По вертикали:

1. Последовательность чередующихся вершин и ребер графа при перемещении.
3. Граф, в котором вершины соединены дугами.
4. Граф, в котором каждые две вершины смежные.
8. Вершины, прилегающие к одному и тому же ребру.



Проверить

Очистить

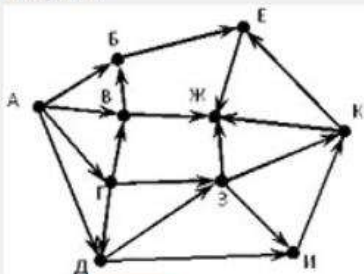
Количество верных слов 12 из 13

Оценка: 5

КОНТРОЛИРУЮЩИЙ БЛОК

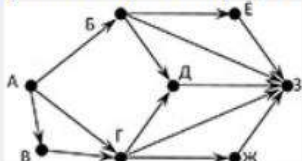
Тест "Поиск путей в графе"

1. На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город З?



Ответ:

4. На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город З?



Ответ:

2. На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



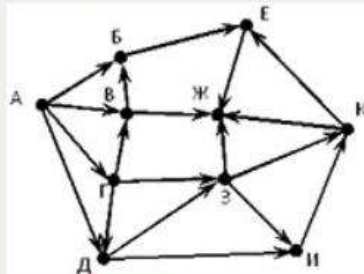
Ответ:

5. На рисунке Е, Ж, И, К, направленные стрелки. Сколько существует различных путей из города А в город К?

Ответ:

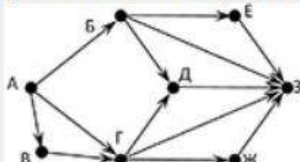
Тест "Поиск путей в графе"

1. На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город З?



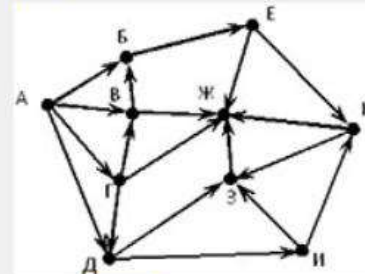
Ответ:

4. На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город З?



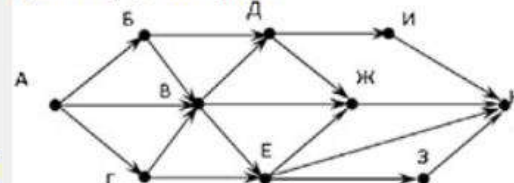
Ответ:

2. На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



Ответ:

5. На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



Ответ:

Проверить

Очистить

Количество
верных
ответов
5 из 5

Оценка:
5

УЧЕБНЫЕ МОДЕЛИ

Алгоритмы на графах

1. Обходы графов
 1. Поиск в глубину $O(N^2)$
 2. Поиск в ширину $O(N^2)$
 3. Эйлеров путь $O(N^2)$

2. Кратчайшие остовы
 1. Алгоритм Краскала $O(N^2)$
 2. Алгоритм Прима $O(N^2)$

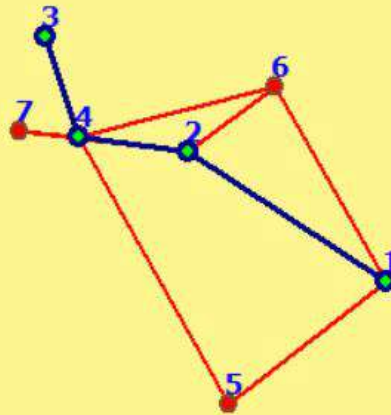
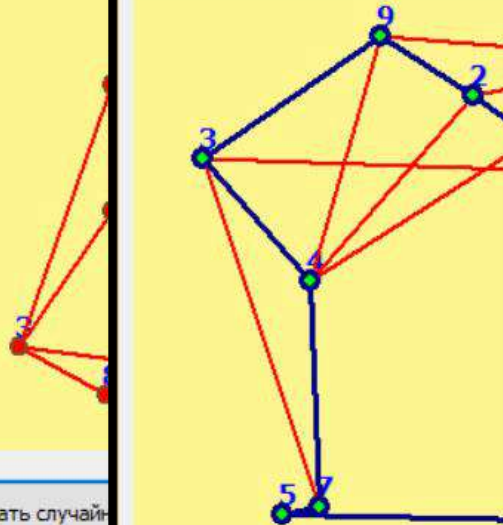
3. Кратчайшие пути в графе
 1. Алгоритм Дейкстры $O(N^2)$
 2. Алгоритм Флойда $O(N^3)$

УЧЕБНЫЕ МОДЕЛИ

Демонстрационная учебная модель: "Обходы графов"

Демонстрационная учебная модель "Кратчайшие остовы"

Демонстрационная учебная модель "Кратчайшие пути"



n=7

Весовая матрица графа

0	128	0	0	108	121
128	0	0	60	0	59
0	0	0	57	0	0
0	60	57	0	165	109
108	0	0	165	0	0
121	59	0	109	0	0
0	92	0	32	0	0

Алгоритм Дейкстры
 Кратчайший путь из 1-ой вершины в 2-ую
 1 -> 2
 Длина кратчайшего пути: 128

Кратчайший путь из 1-ой вершины в 3-ую
 1 -> 2 -> 4 -> 3
 Длина кратчайшего пути: 561

Кратчайший путь из 1-ой вершины в 4-ую
 1 -> 2 -> 4
 Длина кратчайшего пути: 316

Создать случайный граф

Создать случайный граф

Взять весовую матрицу графа из файла

Исходный граф

Создать случайный граф

Взять весовую матрицу графа из файла

Алгоритм Дейкстры (АД)

Алгоритм Флойда-Уоршелла (АФУ)

Исходный граф

Визуализация кратчайшего пути (АД)

Визуализация кратчайшего пути (АФУ)

Количество сравнений

АД
84

АФУ
343

Количество присваиваний

38

56

АПРОБАЦИЯ

Статьи

1. Лавлинский М.В. Подходы к интеграции курсов «дискретной математики» и «информатики» (из опыта работы) // Проблемы учебного процесса в инновационных школах: сб. науч. тр. / под ред. О.В. Кузьмина. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2012. Вып. 17. – с. 138 – 144.
2. Лавлинский М.В. Применение информационных технологий при изучении темы «Теория вероятностей и математическая статистика» на примере использования Microsoft Power-Point, Microsoft Excel и FreePascal (из опыта работы) // Проблемы учебного процесса в ин-новационных школах: сб. науч. тр. / под ред. О.В. Кузьмина. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2014. Вып. 19. – с. 89 – 99.
3. Кузьмина Е.Ю., Лавлинский М.В. Информационно-интегративные связи курса дискретной математики в Лицее ИГУ // Информационные технологии и проблемы математического моделирования сложных систем. – Вып. 13. – Иркутск: ИрГУПС, 2015. С. 81 – 89.
4. Кузьмина Е.Ю., Лавлинский М.В. Опыт создания программного комплекса к элективному курсу «Дискретная математика»// Проблемы учебного процесса в инновационных школах: сб. науч. тр. – Вып. 22. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2018. С. 114 – 119.



Урок с применением электронного учебного пособия

Контрольное мероприятие	2018-2019 учебный год, 10 информационно- математический класс (без применения электронного учебного пособия)			2019-2020 учебный год, 10 информационно- математический класс (с применением электронного учебного пособия)		
	Успеваемость	Качество	Средний балл	Успеваемость	Качество	Средний балл
Самостоятельная работа №1 по теме «Введение в теорию графов»	100%	96%	4,27	100%	100%	4,50
Самостоятельная работа №2 по теме «Решение задач при помощи графов»	100%	68%	4,04	100%	100%	4,64
Контрольная работа по теме «Теория графов»	100%	73%	3,77	100%	100%	4,61
Усреднённые показатели	100%	79%	4,03	100%	100%	4,58

Сравнительный анализ



РЕЗУЛЬТАТЫ

- Разработано и внедрено электронное учебное пособие к учебному курсу «Дискретная математика» по разделу «Введение в теорию графов» с реализацией демонстрационных моделей.
- Созданное электронное учебное пособие создаёт благоприятные условия для изучения учащимися темы «Дискретная математика» и мотивирует их на изучение математики.
- В перспективе возможно создание версий для мобильных и WEB платформ, а также включение объектов дополненной реальности.

Спасибо за внимание