

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Иркутский государственный университет»  
Институт математики и информационных технологий

*Дискретный анализ и информатика*  
*Выпуск 9*

## **АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ**

Сборник научных трудов

Под редакцией  
д-ра физ.-мат. наук, проф. О. В. Кузьмина



УДК 519.1:519.2  
ББК 22.176  
П75

Печатается по решению ученого совета ИМИГ ИГУ

**Рецензенты:**

д-р техн. наук *В. Е. Розбенко*  
канд. физ.-мат. наук *А. А. Бутин*

**Редакционная коллегия серии:**

д-р физ.-мат. наук *О. В. Кузьмин* (отв. ред.)  
д-р физ.-мат. наук *А. В. Лакеев*  
д-р техн. наук *Г. А. Опарин*  
канд. физ.-мат. наук *Н. А. Колокольникова* (отв. секретарь)  
канд. техн. наук *А. А. Семенов*  
канд. физ.-мат. наук *Т. Г. Тюрнева*

П75

**Актуальные проблемы прикладной дискретной математики :**  
сборник научных трудов / под ред. О. В. Кузьмина. – Иркутск : Издательство ИГУ, 2023. – 111 с. – (Дискретный анализ и информатика ; вып. 9).

**ISBN 978-5-9624-2152-0**

Содержит статьи по различным разделам перечислительной комбинаторики и ее приложениям в дискретной математике и теории вероятностей.

Предназначено для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов соответствующих специальностей.

УДК 519.1:519.2  
ББК 22.176

ISBN 978-5-9624-2152-0

© ФГБОУ ВО «ИГУ», 2023

## Содержание

От редактора .....	5
<b>Аршинский Л. В., Аршинский В. Л.</b> Необходимость и достаточность в задачах агрегирования для невозрастающих функций .....	8
<b>Аталян А. В., Бучнев О. С.</b> Методы для решения проблемы выбора и учета влияния сопутствующих неконтролируемых факторов .....	19
<b>Бардушкина И. В., Ревякин А. М., Исаченко А. Н.</b> Метод динамического программирования и жадный алгоритм на примере поиска оптимальных путей в сети .....	27
<b>Иванчишин В. Б.</b> Применение комбинаторного анализа к решению проблемы бинарной гипотезы Гольдбаха .....	33
<b>Колокольникова Н. А.</b> О некоторых урновых схемах с эффектом последействия .....	46
<b>Кузьмин О. В., Малакичев А. О., Лавлинский М. В.</b> Подготовка школьников к проектной исследовательской работе технической направленности .....	55
<b>Кузьмина Е. Ю., Лавлинский М. В.</b> Создание электронного образовательного ресурса «Ученые-информатики» .....	62
<b>Мартьянов В. И.</b> Применение программирования в ограничениях для генерации машин Тьюринга, решающих <i>NP</i> -трудные задачи .....	69
<b>Миролюбов В. Н.</b> Причинно-следственные связи и логические значения импликация .....	80
<b>Потехина Е. А.</b> О некоторых свойствах композиции Адамара ....	84
<b>Стрихарь М. В.</b> Диагональные сечения пирамиды Паскаля и моделирование числовых последовательностей .....	93
<b>Ширяева Т. А., Шлепкин А. К., Филиппов К. А., Шлепкин А. А.</b> Точка Ферма и случайные числа .....	101
<b>НАШИ ЮБИЛЯРЫ</b>	
Жуков Валерий Дмитриевич .....	110

## Литература

1. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Исследование процесса заполнения ячеек в схеме размещения с отражением // Дискретная математика. 1994. Т. 6, № 1. С. 40–52.
2. Севастьянов Б. А. Об одной схеме зависимых размещений // Известия Академии наук УзССР. 1981. Сер. Физ.-мат. науки. № 2. С. 37–41.
3. Имыхелова В. П., Колокольникова Н. А. Одна схема случайного размещения частиц («скользящий комплект») // Асимптотические и перечислительные задачи комбинаторного анализа. Иркутск : Иркут. ун-т, 1997. С. 43–53.
4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1. М. : Мир, 1984. 528 с.
5. Марков А. А. О некоторых предельных формах исчисления вероятностей // Изв. Акад. наук, Пг. VI Сер. 1917. Т. 11, № 3. С. 177–186.
6. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Об урновой схеме Маркова-Пойа: от 1917 г. до наших дней // Обзорные прикладной и промышленной математики. Сер. Дискретная математика. 1996. Т. 3, вып. 4. С. 484–511.
7. Колокольникова Н. А. Одно обобщение урновой схемы Маркова – Пойа // Прикладные проблемы дискретного анализа. Иркутск : Изд-во ИГУ, 2021. С. 59–65.
8. Колокольникова Н. А., Гильманшин Р. Р. Схема последовательных испытаний с эффектом последствия // Динамические системы и компьютерные науки. Теория и приложения (DYSC 2022) : материалы 4-й Междунар. конф. Иркутск, 2022. С. 127–129.
9. Комбинаторные числа и полиномы в моделях дискретных распределений / В. Н. Докин, В. Д. Жуков, Н. А. Колокольникова, О. В. Кузьмин, М. Л. Платонов. Иркутск : Изд-во ИГУ, 1990. 208 с.
10. Колокольникова Н. А., Ситникова К. С., Тюменцева У. Л. Предельные теоремы для цепей Маркова специального вида // Комбинаторные и вероятностные задачи дискретной математики Сер. Дискретный анализ и информатика. Вып. 1. Иркутск : Иркут. ун-т, 2006. С. 48–62.

УДК 373.167.1:519.1:004.9

## ПОДГОТОВКА ШКОЛЬНИКОВ К ПРОЕКТНОЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ ТЕХНИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

*О. В. Кузьмин<sup>10</sup>, А. О. Малакичев<sup>11</sup>, М. В. Лавлинский<sup>12</sup>*

**Аннотация.** Рассматриваются различные аспекты подготовки школьников к проектной исследовательской работе. Приводятся обоснования выбора направлений исследований и возможности по расширению материально-технической базы для реализации проектов. Даются рекомендации по организации образовательного процесса и развитию коллектива наставников.

**Ключевые слова:** исследовательская работа школьников, исследовательский проект, комбинаторно-логическое мышление, метод прототипирования, материально-техническая база, наставник, портфолио, команда, РФФИ.

## PREPARATION OF SCHOOLCHILDREN FOR PROJECT RESEARCH WORK OF A TECHNICAL FOCUS

*O. V. Kuzmin, A. O. Malakichev, M. V. Lavlinsky*

**Abstract.** The article deals with aspects of preparing schoolchildren for project research work. The rationale for the choice of research areas and the possibility of expanding the material and technical base for the implementation of projects are given. Recommendations are given on the organization of the educational process and the development of a team of mentors.

**Keywords:** research work of schoolchildren, research project, combinatorial-logical thinking, prototyping method, material and technical base, mentor, portfolio, team, RFBR.

Современный мир, с одной стороны, характеризуется термином VUCA (volatility – нестабильный, uncertainty – неопределенный, complexity – сложный и ambiguity – неоднозначный), а с другой стороны, проникновением технологий во все сферы жизни. Учитывающая эти тенденции исследовательская работа обучающихся может способствовать становлению успешной личности и развитию стохастического восприятия мира.

<sup>10</sup> Кузьмин Олег Викторович, д-р физ.-мат. наук, проф., Иркутский государственный университет, г. Иркутск, e-mail: quzminov@mail.ru

<sup>11</sup> Малакичев Артем Олегович, учитель математики, Лицей ИГУ, г. Иркутск, e-mail: mao2111@list.ru

<sup>12</sup> Лавлинский Максим Викторович, аспирант, учитель информатики и математики, Лицей ИГУ, г. Иркутск, e-mail: LavlinskiMV@mail.ru

Мы предлагаем осуществлять формирование стохастического восприятия мира через развитие комбинаторно-логического мышления всех участников образовательных отношений в рамках исследовательской деятельности, которая сопровождается использованием современной лабораторной базы, ресурсов научных организаций и собственных цифровых наработок.

Основные направления исследовательских проектов, которые мы реализуем, актуальны и востребованы в обществе. Это информационно-коммуникационные технологии, инженерия и математика. Также отметим, что большинство исследований носит межпредметный и метапредметный характер. Часто метапредметный результат работы над проектом имеет более важное значение, чем предметный.

Развитие комбинаторно-логического мышления в нашей образовательной организации осуществляется не только во внеурочной деятельности, но и за счет в целом скорректированной образовательной программы. Программа содержит такие учебные курсы, как «Развитие комбинаторно-логического мышления», «Дискретная математика» и «Олимпиадные задачи». Данные курсы положительно влияют на детей и мотивируют их в том числе и к техническому творчеству, закладывая теоретическую базу исследовательской деятельности, например метода прототипирования (рис. 1). Также мы стараемся создавать и сопровождать индивидуальные образовательные траектории обучающихся, чтобы с максимальной пользой использовать имеющиеся ресурсы и давать возможность реализации существующего потенциала.

Мы как учителя-предметники считаем важным использовать современные образовательные технологии, такие как проектный метод, проблемное обучение, смешанное обучение и медиатеchnологии на уроках и во внеурочной деятельности. Эти методики позволяют добиваться больших результатов в познании предмета, чем традиционные подходы. Очевидно, что хорошее понимание предмета оказывает благоприятное воздействие на исследовательскую деятельность.

Для устойчивого формирования исследовательских компетенций у обучающихся важно применять визуализацию научных явлений на современном оборудовании, а также предоставлять доступ к актуальным в наши дни станкам и производственным материалам.

Материально-техническая база образовательных организаций постоянно расширяется. Например в Лицее ИГУ у обучающихся и учителей есть доступ к электромеханическим образовательным конструкторам, видеостудии и цифровому полнокупольному планетарию. Но этого часто оказывается недостаточно в процессе реализации больших инженерных проектов. Поэтому мы осуществляем сотрудничество с центрами молодежного инновационного творчества и высшими учебными заведениями города. Так, благодаря взаимодействию с ЦМИТ «Лицей плюс» у нас появилась

возможность работать с 3D-принтерами, беспилотными летательными аппаратами (БПЛА), в частности, квадрокоптером «Геоскан Пионер» (рис. 2), и классом виртуальной реальности (рис. 3) [3]. Иркутский государственный университет предоставил право экспериментировать со стендами-тренажерами «Интеллектуальные энергетические системы» и «Беспроводные технологии связи» для изучения криптографической системы «Код Хэминга». Доступ к токарному, фрезерному и лазерному станкам мы получили благодаря многолетнему и плодотворному сотрудничеству с Иркутским национальным исследовательским техническим университетом (ИрНТУ). Все станки с числовым программным управлением и достаточны сложны для людей без соответствующей подготовки, но ИрНТУ имеет в штате квалифицированных специалистов, которые помогают нам в работе.

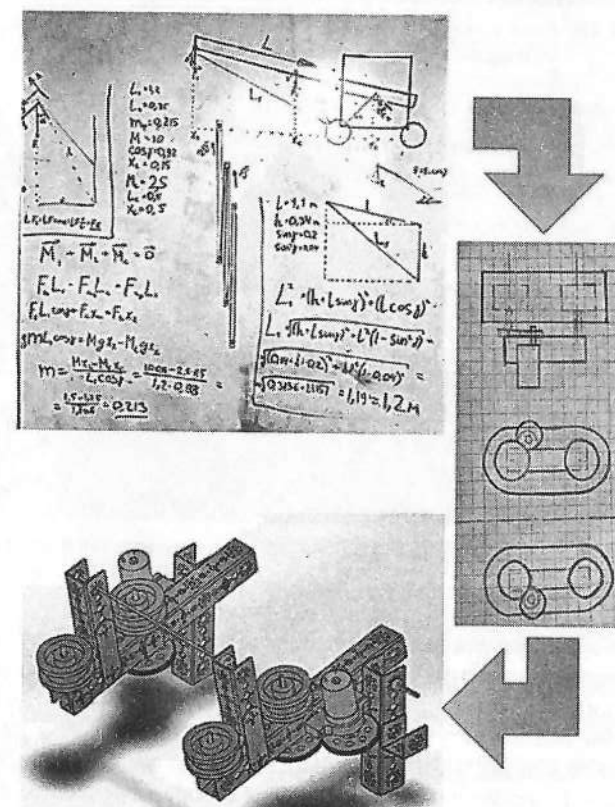


Рис. 1. Применение метода прототипирования при создании устройства по захвату груза

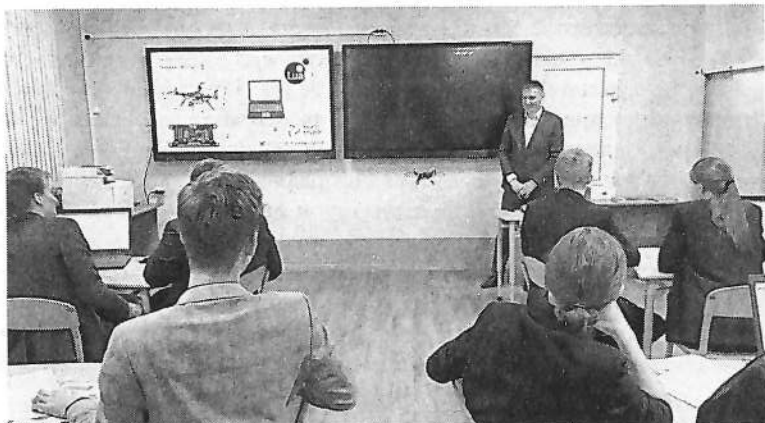


Рис. 2. Изучение основ эксплуатации БПЛА на примере квадрокоптера «Геоскан Пионер» на базе ЦМИТ «Лицей шлюс»



Рис. 3. Симуляция учебной аудитории для шлема виртуальной реальности

Очень важно информировать школьное сообщество о результатах исследовательской деятельности. Активно используем для этого школьный сайт, социальные сети и информационный стенд. Также периодически выпускаются видеосюжеты о достижениях в реализации проектов.

Мы как коллектив учителей-наставников создаем информационные ресурсы, такие как статьи в сборниках научных трудов, образовательные плакаты, методические разработки уроков и образовательные программы. Такое обобщение опыта очень ценно как для дальнейшего нашего развития, так и для сообщества педагогов в целом. Например, нами были реализованы программный комплекс по разделу «Введение в теорию графов»

(рис. 4), интернет-ресурс «Современные информационно-коммуникационные технологии в образовании» (рис. 5) и мобильное приложение по дополнению печатной версии учебника информатики при помощи иммерсивных технологий (рис. 6) [1; 4; 6–8].

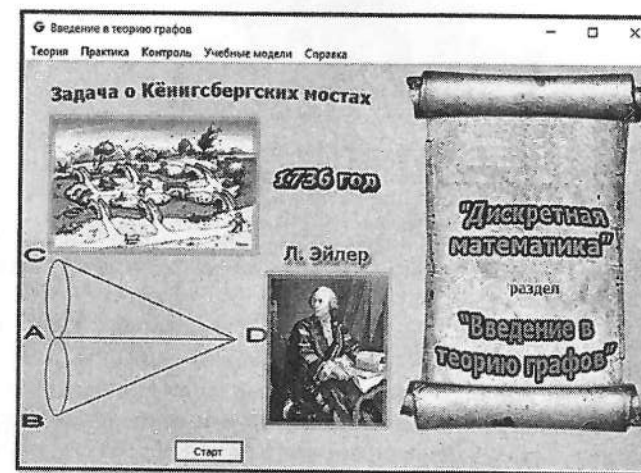


Рис. 4. Стартовое окно программного комплекса по разделу «Введение в теорию графов»

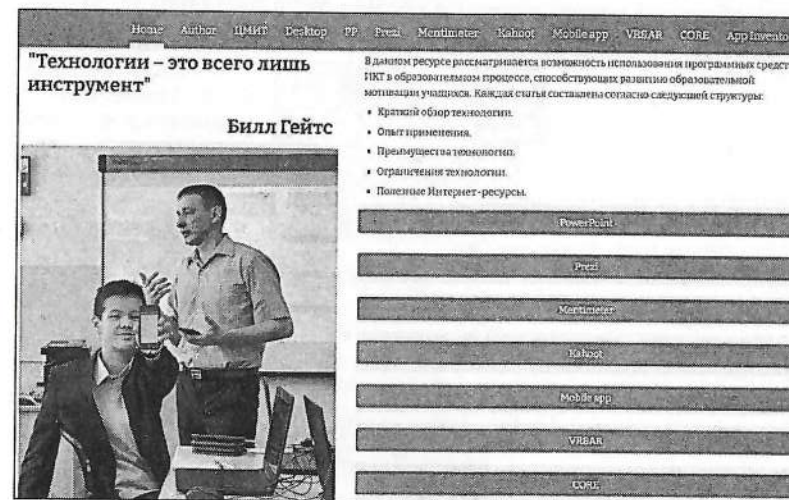


Рис. 5. Главная страница интернет-ресурса «Современные информационно-коммуникационные технологии в образовании»

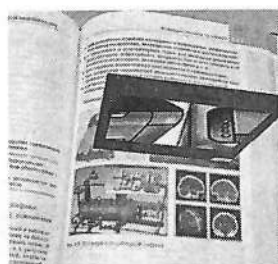


Рис. 6. Пример работы приложения дополненной реальности для учебника информатики

Существенное значение в организации исследовательской деятельности школьников имеют сбор и анализ портфолио их достижений. Это позволяет оценить развитие исследовательских компетенций и скорректировать при необходимости образовательную траекторию. Также портфолио позволяет отобрать наиболее перспективные проекты или создать сильные проектные команды (рис. 7), которые смогут решать сложные исследовательские задачи. Одним из самых значимых результатов курируемых нами команд стала реализация проекта БПЛА для помощи в мониторинге лесных массивов и водных пространств Приангарья (рис. 8). Это стало возможным в том числе благодаря финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) и правительства Иркутской области в рамках научного проекта № 20-41-385001 [2; 5].

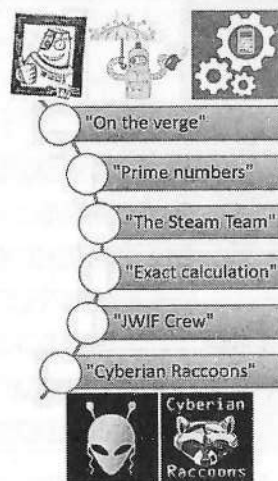


Рис. 7. Проектные команды, имевшие высокие результаты на российском и международном уровне (эти коллективы были сформированы на базе Лицея ИГУ с 2013 по 2022 г.)

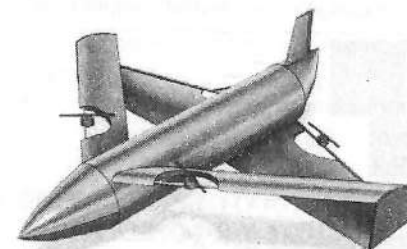


Рис. 8. Проект БПЛА, выполненный при поддержке РФФИ

Таким образом, в данной статье мы рассмотрели аспекты подготовки школьников к проектной исследовательской работе. Обосновали выбор направлений исследований и привели возможности по расширению материально-технической базы для реализации проектов. Дали рекомендации по организации образовательного процесса и развитию коллектива наставников.

#### Литература

1. Кузьмин О. В., Лавлинский М. В. Применение виртуальной и дополненной реальности в образовании // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании : материалы V Международной науч. конф., г. Красноярск, 21–24 сентября 2021 г. В 2 ч. Ч. 2 / под общ. ред. М. В. Носкова. Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2021. С. 558–562.
2. Кузьмин О. В., Лавлинский М. В. Создание модели беспилотного летательного аппарата для помощи в решении проблемы пожаров в Иркутской области // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2020. Т. 66, № 2. С. 136–143.
3. Кузьмин О. В., Лавлинский М. В. Направление «Беспилотные летательные аппараты» в центре молодежного инновационного творчества «Лицей плюс» // Проблемы учебного процесса в инновационных школах : сб. науч. тр. / под ред. О. В. Кузьмина. Иркутск : Изд-во ИГУ, 2020. Вып. 25. С. 54–60.
4. Кузьмин О. В., Лавлинский М. В. Применение иммерсивных информационных технологий в образовании // Информатика в школе, 2022. Вып. 2. С. 83–90.
5. Создание модельного ряда БПЛА для обнаружения угроз лесных пожаров и разливов рек / О. В. Кузьмин, М. В. Лавлинский, Е. Г. Былков, И. А. Харитонов // Актуальные вопросы прикладной дискретной математики : сб. науч. тр. / под ред. О. В. Кузьмина. Иркутск : Изд-во ИГУ, 2022. Вып. 8. С. 73–85.
6. Кузьмина Е. Ю., Кузьмин О. В., Лавлинский М. В. Изучение алгоритмов на графах при помощи демонстрационных учебных моделей // Прикладные вопросы дискретного анализа. Сер. Дискретный анализ и информатика : сб. науч. тр. / под ред. О. В. Кузьмина. Иркутск : Изд-во ИГУ, 20120. Вып. 6. С. 63–77.
7. Кузьмина Е. Ю., Лавлинский М. В., Алдашкин К. Д. Среда разработки учебных курсов по информатике // Актуальные вопросы прикладной дискретной математики : сб. науч. тр. / под ред. О. В. Кузьмина. Иркутск : Изд-во ИГУ, 2022. Вып. 8. С. 86–93.
8. Лавлинский М. В. Опыт проведения уроков технологии при помощи сервиса CORE на примере темы «3D печать» // Проблемы учебного процесса в инновационных школах : сб. науч. тр. / под ред. О. В. Кузьмина. Иркутск : Изд-во ИГУ, 2020. Вып. 25. С. 61–73.